

به نام خدا

اثر گسترش دایره بر عملکرد سیستم OFDM

در بررسی اثر گسترش دایره، کانال را به صورت فرکانس نرین با پاسخ ضرب معادل یابین کند،
 $C(\omega; t)$ نمایش می دهیم. به صورت متناهی بازمان تغییر می کند. همچنین کانال
را در هر زیرکانال سیستم OFDM به صورت تخت $P(\omega; t)$ (فرکانس نرین) از نظر تکریم (به اندازه
کافی بزرگ). پاسخ ضرب معادل یابین کند را برای زیرکانال k ام با $C_k(\omega; t)$ نمایش می دهیم.
با فرضیات بالا $C_k(\omega; t)$ به صورت زیر قابل نمایش است،

$$C_k(\omega; t) = \alpha_k(t) \delta(\omega) \quad , \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

$\alpha_k(t)$: در حالت کلی یک فرآیند تصادفی مختلط است.

در ادامه $\{\alpha_k(t)\}_{k=0}^{N-1}$ فرآیندهای ترانزاکشنی iid و استیسان با میانگین صفر از نظر کوانتیت $\alpha_k(t)$ مختلط

تابع همبستگی متقابل این فرآیندها را می توان به صورت زیر نمایش داد،

$$R_{\alpha_k, \alpha_i}(\tau) = E \{ \alpha_k(t+\tau) \alpha_i^*(t) \}$$

اگر فرض می کنیم که اجزای حقیقی و موهومی $\{\alpha_k(t)\}_{k=0}^{N-1}$ مستقل از یکدیگر هستند، دارای تریاک همبستگی هستند. به این ترتیب تابع همبستگی $R_{\alpha_k, \alpha_i}(\tau)$ را می توان به صورت زیر مدل کرد،

$$R_{\alpha_k, \alpha_i}(\tau) = R_1(\tau) R_2(k-i)$$

نشان دهنده همبستگی زمانی $R_c(\Delta t) / \Delta t = \frac{k-i}{T}$ Correlation in frequency

نشان دهنده همبستگی زمانی temporal Correlation

مدل بالا نشان می‌دهد که گزین زمان، متغیر با زمان است. جزء $R_1(\tau)$ به تغییرات زمانی اشاره دارد $(t, t+\tau)$ و جزء $R_2(k-i)$ نشان دهنده مزگوشن گزین بودن گزین است

همبستگی زمانی بین $\alpha_k(t+\tau)$ و $\alpha_k(t)$ وجود دارد. همبستگی بین مزگانهای $\frac{k}{T}$ و $\frac{i}{T}$ وجود دارد.

برای مدل کردن تغییرات زمانی $\alpha_k(t)$ ، فرض می‌کنیم که گزین در بازه یک سیمپل تقریباً آهسته است (یعنی $(\Delta t) \ll T$: بازه زمانی یک سیمپل). در این صورت سیمپل بتدریج $\alpha_k(t)$ را حول یک زمان مشخص t نزدیک می‌کنیم و فقط در محله اول سیمپل را برای مدل سازی $\alpha_k(t)$ انتخاب می‌کنیم.

$$\Rightarrow \alpha_k(t) \simeq \alpha_k(t_0) + \alpha'_k(t_0)(t-t_0), \quad t_0 = \frac{T}{2}, \quad t \in [0, T]$$

$$\Rightarrow c(\tau, t) = \alpha_k(t) \delta(\tau) \simeq \alpha_k(t_0) \delta(\tau) + \alpha'_k(t_0)(t-t_0) \delta(\tau)$$

در ادامه سلفینال مورد مطالعه OFDM را از این کانال عبور می دهیم و سلفینال دریافتی را بررسی می کنیم. سلفینال دریافتی دارای تداخل ضرایب برد. هدف ما این است که قدرت این جزء تداخلی را سبب به قدرت سلفینال اصلی دریافتی بررسی کنیم.

سلفینال مورد مطالعه OFDM که روی کانال ارسال می شود، به صورت زیر است،

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{j2\pi f_k t}, \quad f_k = \frac{k}{T}, \quad k=0, 1, \dots, N-1$$

s_k : نشان دهنده بتهای اطلاعات تصویر شده بر روی Constellation مورد نظر است. فرض می کنیم

$$E\{|s_k|^2\} = 2 E_{av} = \text{میانگین انرژی سیگنال}$$

برای ترتیب سلیکال دریافتی در خروجی کانال به صورت زیر ضرایب برد (درمانده) :

$$r_e(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=0}^{N-1} s_k d_k(t) e^{j2\pi f_k t} + n(t)$$

$n(t)$ نویز کانال است که در هر زیرکانال با PSD ، flat ، برابر بود و در نظر گرفته می شود. $n(t)$ یک فرآیند گوس سفید در نظر می گیریم. (یعنی نویز در هر زیرکانال گوس سفید است) با میانگین صفر

با توجه به مدل بیان شده برای $d_k(t)$ ، سلیکال دریافتی به صورت زیر قابل بیان است ،
 $d_k(t) = d_k(t_0) + d'_k(t)(t-t_0)$

$$r_e(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=0}^{N-1} s_k d_k(t_0) e^{j2\pi f_k t} + \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=0}^{N-1} s_k d'_k(t_0) (t-t_0) e^{j2\pi f_k t} + n(t)$$

اگر بخواهیم عملیات آشکارسازی صورت می‌گیرد. این عملیات با کمک عبور دادن سیگنال دریافتی از مدولاسیون ساز نسبت به فرکانسهای زیرطاسهای مختلف، قابل پیاده سازی است. بنابراین سیگنال آشکارسازی شده را می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

$$\hat{S}_i = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T r_e(t) e^{-j2\pi f_i t} dt$$

جزء داخلی سیگنال جزء داخلی

$$= \alpha_i(t_0) S_i + \frac{T}{2\pi j} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} \frac{\alpha'_k(t_0) S_k}{k-i}$$

(مدولاسیون ساز) $i = 0, 1, \dots, N-1$

نویز فردی مدولاسیون ساز

$$+ n_i \quad , \quad n_i = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T n(t) e^{-j2\pi f_i t} dt$$

$$r_e(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=0}^{N-1} S_k \alpha_k(t_0) e^{j2\pi f_k t} + \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=0}^{N-1} S_k \alpha'_k(t_0) (t-t_0) e^{j2\pi f_k t} + n(t)$$

دارای فرایند مستقیم است. قدرت سیگنال اصلی به قدرت جزء داخل را می‌توانیم
برای سیگنال اصلی داریم،

$$S = E \{ | \tilde{s}_i |^2 \} = E \{ | \alpha_k(t) s_i |^2 \} = \underbrace{E \{ | \alpha_k(t) |^2 \}}_{\text{در نظر بگیریم 1}} E \{ | s_i |^2 \}$$

$$\Rightarrow S = E \{ | s_i |^2 \} = 2 E_{av}$$

برای جزء داخل داریم،

$$I = E \left\{ \left| \frac{1}{2\pi j} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} \frac{\alpha_k'(t) s_k}{k-i} \right|^2 \right\} = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \left\{ E \left\{ \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq i}}^{N-1} \frac{\alpha_k'(t) s_k}{k-i} \frac{\alpha_l^*(t) s_l^*}{l-i} \right\} \right\}$$

$$\Rightarrow I = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \left[\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq i \\ (k \neq l)}}^{N-1} \frac{E\{\alpha_k'(t_0) s_k \alpha_l'(t_0) s_l^*\}}{(k-i)(l-i)} \right]$$

$$+ \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \left[\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} \frac{E\{|\alpha_k'(t_0)|^2 |s_k|^2\}}{(k-i)^2} \right]$$

$\alpha_k, \alpha_l \perp\!\!\!\perp (s_k, s_l)$

$\xrightarrow{s_k: iid}$

$E\{\alpha_k'(t_0) s_k \alpha_l'(t_0) s_l^*\} = E\{\alpha_k'(t_0) \alpha_l'(t_0)\} \underbrace{E\{s_k s_l^*\}}_{\substack{\text{indep.} \\ E\{s_k\} E\{s_l^*\}}}$

$$\Rightarrow I = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} \frac{E\{|\alpha_k'(t_0)|^2\} E\{|s_k|^2\}}{(k-i)^2} = 2 E_{av} \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} \frac{E\{|\alpha_k'(t_0)|^2\}}{(k-i)^2}$$

کارهای دیگری نیز می‌تواند داشته باشد.

$$E \{ \alpha_k'(t+\tau) \alpha_k'(t) \} = -R_{\alpha_k}''(\tau)$$

$$\Rightarrow E \{ |\alpha_k'(t)|^2 \} = -R_{\alpha_k}''(0) = \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 S(f) df$$

PSD فرآیند $\alpha_k(t)$: $S(f)$

$$\Rightarrow I = \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} \frac{2E_{av} E |\alpha_k(t)|^2}{(k-i)^2} = 2E_{av} \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 S(f) df$$

$$\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} \frac{1}{(k-i)^2}$$

$$\frac{S}{T} = \frac{1}{\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 S(f) df} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} \frac{1}{(k-i)^2}$$

برای بررسی اثر ICI بر عملکرد سیستم OFDM، یک راه حل این است که جزای داخلی را بر اساس قانون اعداد بزرگ به صورت یک متغیر تصادفی گوسی مدل کنیم و باید درست آوردن خصوصیات آماری (میانگین و واریانس) کلی عملکرد انجام دهیم.

$$\hat{S}_i = d_i(t_0) S_i + \underbrace{\text{جزای داخلی}}_x + n_i, \quad x \sim \mathcal{N}(m_x, \sigma_x^2)$$

هر چه قدرت جزای داخلی بالاتر باشد، افت عملکرد سیستم به علت حضور جزای داخلی، بیشتر خواهد بود.

سیستم‌های چند آنتنی MIMO

همان‌طور که اشاره کردیم، استفاده از آنتن‌های متعدد در سمت فرستنده یا گیرنده یا در هر دو طرف، می‌تواند باعث ایجاد زیرسیستمی در سبیل‌ال دریافتی شود. در این بخش می‌خواهیم این سیستم‌ها را بررسی کنیم و اثر استفاده از آنتن‌های متعدد را مورد بررسی قرار دهیم.

مدل کانال در سیستم‌های MIMO

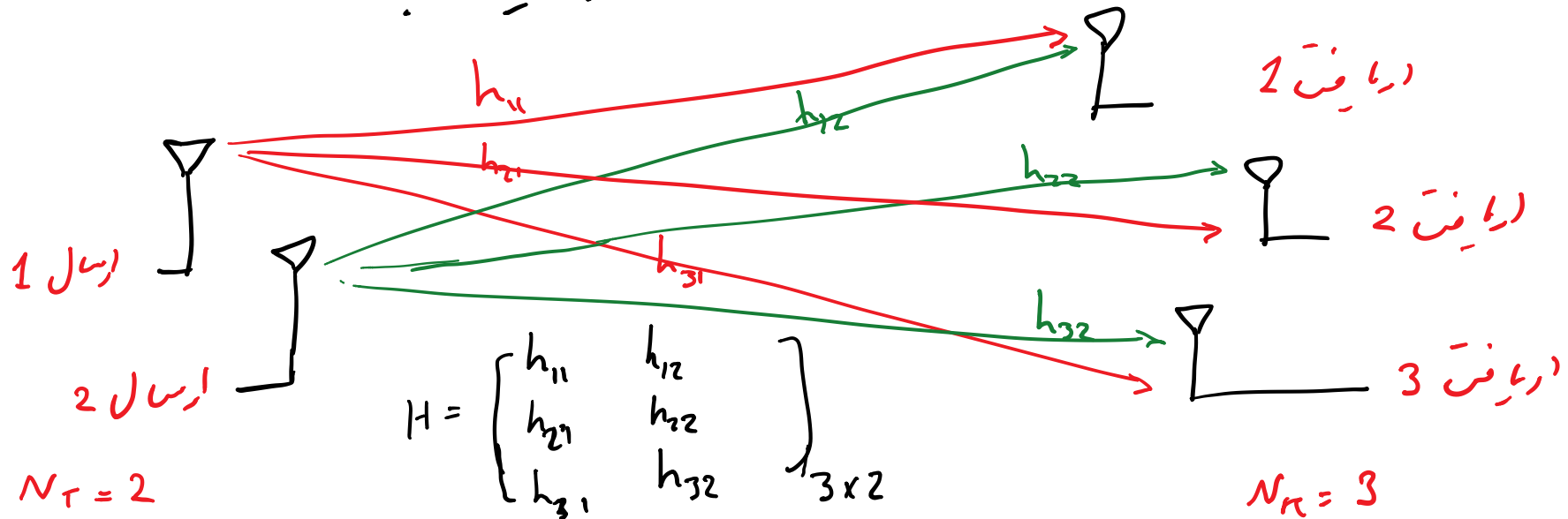
در سیستم‌های MIMO در حالت کلی N_T آنتن در سمت فرستنده و N_R آنتن در سمت گیرنده می‌توان در نظر گرفت. در این حالت سیستم را Multiple-Input Multiple-output (MIMO) می‌نامیم. کانال‌ها که بر این ترتیب بین فرستنده و گیرنده شکل می‌گیرد، کانال MIMO نامیده می‌شود.

$N_T = 1, N_R = 1$: SISO Single-Input Single-output

$N_T = 1, N_R > 1$: SIMO Single-Input Multiple-output

$N_T > 1, N_R = 1$: MISO Multiple-Input Single-output

در حالت کلی با N_T آنتن در سمت فرستنده و N_R آنتن در سمت گیرنده، مدل کانال باید یک ماتریس قابل بیان فضا باشد. زیرا بین هر آنتن ارسال و هر آنتن دریافت، یک کانال بی سیم قابل مدل سازی است.



$h_{ij}(c; t)$
 i: اندیس آنتن دریافت
 j: اندیس آنتن ارسال

$h_{ij}(\tau; t)$: پاسخ ضربی معادل با این که در کانال بین آنتن فرستنده و آنتن گیرنده لازم

نیاز به این کانال MIMO یک پارتیشن $H_{N_R \times N_T}$ قابل مدل سازی است،

$$H(\tau; t) = \begin{bmatrix} h_{11}(\tau; t) & h_{12}(\tau; t) & \dots & h_{1,N_T}(\tau; t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_R,1}(\tau; t) & h_{N_R,2}(\tau; t) & \dots & h_{N_R,N_T}(\tau; t) \end{bmatrix}_{N_R \times N_T}$$

اگر آنتن ارسال و لازم، سیگنال $s_j(t)$ را ارسال کند، آنگاه سیگنال دریافتی در آنتن گیرنده به صورت زیر قابل بیان است،

$$r_i(t) = \sum_{j=1}^{\tilde{N}_r} h_{ij}(\tau; t) * s_j(t) = \sum_{j=1}^{\tilde{N}_r} \int_{-\infty}^{\infty} h_{ij}(\tau; t) s_j(t-\tau) d\tau, \quad i=1, 2, \dots, N_R$$

یا به صورت ماتریسی

$$\begin{bmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \\ \vdots \\ r_{\tilde{N}_R}(t) \end{bmatrix} = H(\tau; t) * \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_{\tilde{N}_T}(t) \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \underline{r}(t) = H(\tau; t) * \underline{s}(t)$$

$\underline{r}(t)$

$\underline{s}(t)$

$$c(\tau; t) \equiv \delta(t)$$

اگر کانال‌ها سیگنال‌های ارسال در زمان حرکت متن‌ها را نشان بدهند، داریم،

$$h_{ij}(\tau; t) \equiv h_{ij}(t)$$

$$H(t) = \begin{bmatrix} h_{11}(t) & h_{12}(t) & \dots & h_{1, N_T}(t) \\ \vdots & & & \\ h_{N_R, 1}(t) & \dots & \dots & h_{N_R, N_T}(t) \end{bmatrix}_{N_R \times N_T}$$

$$\Rightarrow r_i(t) = \sum_{j=1}^{N_T} h_{ij}(t) s_j(t)$$

به صورت ماتریسی

$$\Rightarrow \underline{r}(t) = H(t) \underline{s}(t)$$

آنترنال در بازه زمانی یک سیمپل آکسیده باشد، داریم

$$0 \leq t \leq T \quad h_{ij}(t) \equiv h_{ij}$$

$$\Rightarrow H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N_T} \\ \vdots & & & \\ h_{N_R1} & \dots & \dots & h_{N_R N_T} \end{bmatrix}_{N_R \times N_T}$$

$$\Rightarrow r_i(t) = \sum_{j=1}^{N_T} h_{ij} s_j(t)$$

به صورت ماتریسی

$$\Rightarrow \underline{r}(t) = H \underline{s}(t)$$

(کانال فرکانس ازین راسه) $0 \leq t \leq T$

در این بخش برای ساده سازی محاسبات، بسیاری از مدلها بر فرض فرکانس ناگزین را آکسیده بودن کانالها انجام می دهیم.